

Regelungstheorie: Identifikation und Regelung gestörter Systeme¹

Institut für Regelungstechnik
Leibniz Universität Hannover

Prof. Dr.-Ing. A. Albert

10. Dezember 2011

¹Ab WS 2012/2013 'Systemidentifikation und Filterung'

Vorwort

Die Vorlesung handelt von der Identifikation und Filterung gestörter, dynamischer Systeme. Es werden die mathematischen Zusammenhänge abgeleitet, allerdings nur in der Tiefe, wie es für das Verständnis aus Ingenieursicht erforderlich erscheint. Theorieblöcke und zahlreiche Beispiele wechseln sich ab.

Die Teilnahme soll den Studenten einerseits in die Lage versetzen, für konkrete Aufgabenstellung geeignete Vorgehensweisen zu entwickeln und gegebenenfalls zu implementieren. Andererseits soll sie ihn für die Vor- und Nachteile diverser Verfahren und 'Fallstricke' bei der konkreten Durchführung sensibilisieren.

Die Vorlesung beinhaltet zwei Schwerpunkte, die beide ihre Basis in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Optimierung finden. Der eine Fokus liegt auf der Identifikation linearer, dynamischer Systeme. Es werden etwa die Themen Parameteridentifikationsverfahren, Modellauswahl, Identifizierbarkeitsbedingung und Bias/Varianz Dilemma besprochen. Des Weiteren vermittelt die Vorlesung die Grundlagen zur Schätz- und Filtertheorie.

Die Vorlesung ist in 5 große Blöcke unterteilt. Angefangen bei statistischen Grundlagen werden zunächst Schätzverfahren allgemein behandelt. Es folgt dann ein Block zu Filtertechnologien. Den nächsten großen Abschnitt macht der Block zur Systemidentifikation mit einer anschließenden Darstellung praxisrelevanter Hinweise. Bild 1 visualisiert die einzelnen Blöcke und den Ablauf.

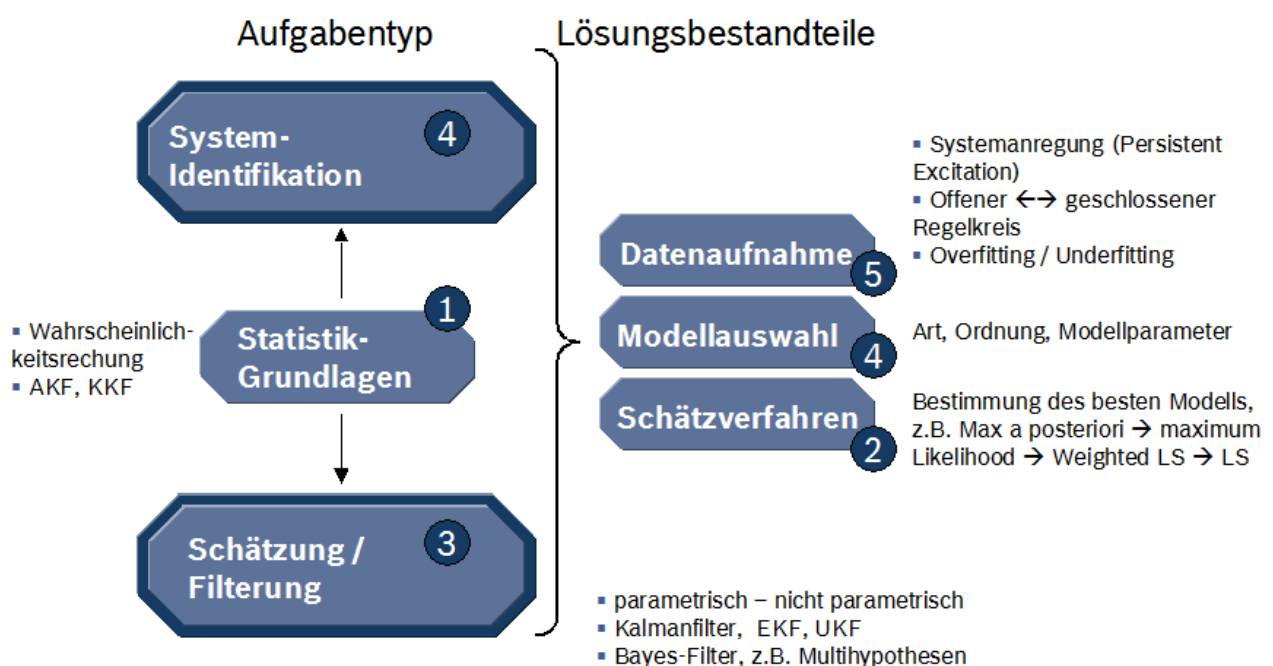


Abbildung 1: Übersicht zur Vorlesung

Vorlesungsbegleitend finden Hörsaalübungen sowie 3 praktische Übungen in kleiner Gruppe im Labor statt. Dabei kommen auch computergestützte Entwurfswerkzeuge wie etwa Matlab/Simulink[©] zum Einsatz. Der Student wird damit in die Lage versetzt, zu verstehen, welchen Grundprinzipien die gewählten Verfahren unterliegen und welche Vor- bzw. Nachteile zu erwarten sind. Die Inhalte der Vorlesung sind als solide Basis für ein anschließendes, selbständiges wissenschaftliches Arbeiten nutzbar.

Das vorliegende Skript und die Foliensammlung stellen keinen Ersatz für den Besuch der Vorlesung dar. Vielmehr besteht die Absicht darin, den Schreibaufwand während der Vorlesung zu verringern und die Aufmerksamkeit zu erhöhen. Erst mit eigenen Ergänzungen ist das Skript vollständig. Im Rahmen des Skriptes gilt die folgende Notation:

Die Darstellung von Vektoren und Matrizen erfolgt stets in fett gedruckten Buchstaben (z.B. **a** oder **A**), wobei für Matrizen ausschließlich Großbuchstaben zur Anwendung kommen. Die Transposition eines Vektors oder einer Matrix ist charakterisiert durch ein hochgestelltes T (\mathbf{A}^T). Vektoren symbolisieren stets Spaltenvektoren. Zeilenvektoren ergeben sich demnach durch die Transposition. Geschätzte oder beobachtete Größen sind durch ein Dach oder eine Tilde gekennzeichnet (\hat{x} , \tilde{x} bzw. $\hat{\mathbf{x}}$, $\tilde{\mathbf{x}}$). Die euklidische Vektornorm eines Vektors \mathbf{x} wird dargestellt durch $\|\mathbf{x}\|$. Entsprechend charakterisiert $\|\mathbf{A}\|$ die Spektralnorm der Matrix \mathbf{A} . Das Symbol \square markiert das Ende eines Beweises, das Symbol \blacksquare beendet ein Beispiel.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Typische Identifikation- und Filteraufgaben	1
1.1.1	Frequenzgangmessung	2
1.1.2	Gray-Box Systemidentifikation	4
1.1.3	Sensordatenfusion mit Kalman Filter	6
1.1.4	Simultane Lokalisierung und Kartierung (SLAM mit Extended Kalman Filter)	7
2	Grundlagen zur Statistik	11
2.1	Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilung	11
2.1.1	Kontinuierliche Zufallsvariable	12
2.2	Erwartungswerte und Momente	14
2.3	Spezielle Verteilungen	16
2.3.1	Gleichverteilungen	16
2.3.2	Normalverteilungen	17
2.4	Verbundverteilungen	18
2.5	Verbundverteilungsdichte	18
2.6	Erwartungswerte für Funktionen	19
2.7	Überlagerung von Gleichverteilungen	21
2.8	Mehrdimensionale Normalverteilung (Multivariate Verteilung)	21
2.9	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Bayes Regel	22
2.10	Totale Wahrscheinlichkeit	24
2.11	Ausblick auf Probabilistische Inferenz	24
2.12	Transformation von Dichtefunktionen	25
3	Stochastische Prozesse	29
3.1	Stochastische Prozesse, Kenngrößen im Zeitbereich	29
3.2	Ausnutzung Ergodizität	30
3.3	Korrelationsfunktionen	31
3.3.1	Autokorrelationsfunktion (AKF)	32
3.3.2	Autokovarianzfunktion (AKV)	32

3.3.3	Eigenschaften der AKF / AKV	32
3.3.4	Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)	34
3.3.5	Kreuzkovarianzfunktion (KKV)	34
3.3.6	Eigenschaften der KKF / KKV	35
3.4	Berechnung der Korrelationsfunktionen	36
3.5	Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	38
4	Anwendungen der AKF	39
4.1	Frequenzgangmessung	39
4.2	Statistische Linearisierung	42
4.3	Entfaltung	44
4.4	Formfiltersynthese	48
4.4.1	Spektrale Leistungsdichte / Kreuzleistungsdichte	49
4.5	Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	53
5	Einführung in Schätzprobleme	55
5.1	Regression	55
5.1.1	Problemstellung	55
5.1.2	Deterministischer Ansatz	56
5.1.3	Stochastischer Ansatz	56
5.1.4	LS-Schätzer	56
5.1.5	Matrixform	57
5.1.6	Geometrische Interpretation – Einschub: Lineare Algebra	58
5.1.7	Eigenschaften des LS-Schätzers	62
5.1.8	Ridge-Schätzer	63
5.2	Gauss-Markov-Schätzer	66
5.3	Weighted Least Squares - Gewichtete Kleinste Quadrate	67
5.3.1	Alternative Interpretation	70
5.4	Bayes-Schätzung	71
5.4.1	Bayes-Risiko	72
5.4.2	Allgemeine Herleitung	73
5.4.3	Bayes-Schätzung bei linearem Beobachtungsmodell und Gauss-verteiltern Signalen	74
5.5	Maximum a-posteriori Schätzer (MAP)	76
5.6	Maximum Likelihood Schätzer (ML)	76
5.6.1	ML bei linearem Beobachtungsmodell und Gauss-verteiltern Signalen	76
5.7	Beziehungen zw. den einzelnen Verfahren	77
5.8	Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	77

6	Optimale Filterung	79
6.1	Motivation und Einordnung	79
6.2	Kalman Filter (KF)	80
6.3	Extended Kalman Filter (EKF)	85
6.4	Anwendungsbeispiele des EKF	86
6.4.1	Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)	86
6.4.2	Parameterschätzung	87
6.5	Weitere Formen des Kalmanfilters	89
6.5.1	Einblick in die Funktionsweise des EKF	89
6.5.2	Linearisierung über Unscented Kalman Filter UKF	89
6.5.3	Informationsfilter IF	90
6.6	Multihypothesenverfahren und Partikelfilter	93
6.7	Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	93
7	Identifikation parametrischer, linearer, zeitdiskreter Systeme	95
7.1	Simulation und Prädiktion	95
7.1.1	Prädiktorgleichung	96
7.1.2	Ein-Schritt-Vorhersage für $v(k)$	97
7.1.3	Ein-Schritt-Vorhersage für $y(k)$	97
7.1.4	Alternative Herleitung des Prädiktors	98
7.1.5	Anmerkungen zum Prädiktor	98
7.2	Vorbemerkungen zur Parameterschätzung	99
7.3	Modell-Familie (Black-Box SISO-Modelle)	100
7.4	Equation Error Models	101
7.5	Output Error Models	101
7.6	Terminologie / Modellklassen	101
7.6.1	(Auto- R egressiver) Zufallsprozess	102
7.6.2	(Moving- A verage) Zufallsprozess	102
7.6.3	ARMA Zufallsprozess	104
7.6.4	ARX Zufallsprozess	104
7.6.5	OE Zufallsprozess	105
7.6.6	ARMAX Zufallsprozess	105
7.6.7	ARARX Zufallsprozess	106
7.6.8	Box-Jenkins Zufallsprozess	106
7.6.9	FIR Zufallsprozess	107
7.6.10	OBF Orthonormal Basis Functions	107

7.6.11 Modelle im Zustandsraum	108
7.7 Identifikation mittels ARX-Modellen	110
7.7.1 Lineare Regression, LS-Schätzer	111
7.7.2 Eigenschaften des LS-Schätzers	113
7.7.3 Instrumentalvariablen-Schätzer	118
7.7.4 COR-LS: Identifikation mit nicht-parametrischen Zwischenmodell	120
7.8 Identifikation mittels ARMAX-Modellen	122
7.8.1 Extended Least Squares (ELS)	123
7.9 Identifikation mittels ARARX-Modellen	124
7.9.1 Generalized Least Squares (GLS)	124
7.10 Identifikation mittels OE-Modell	127
7.10.1 Verbindung zu ARX	128
7.10.2 Äquivalenz zw. Rauschmodell und Vorfilterung	129
7.11 Identifikation mittels Box-Jenkins-Modell	130
7.12 Identifikation mittels AR- und MA-Modell	130
7.13 Identifikation mittels FIR und OBF-Modell	131
7.14 Rekursive Varianten der Parameterschätzverfahren	132
7.15 Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	134
8 Identifikation in der Praxis	135
8.1 Abweichungen von der Gleichgewichtslage	135
8.2 Identifikation im geschlossenen Regelkreis	136
8.2.1 Direkte Identifikation	137
8.2.2 Indirekte Identifikation	139
8.3 Bias/Varianz-Dilemma, Bestimmung der Modellordnung	140
8.4 Identifizierbarkeit und Anregung	149
8.4.1 PE-Bedingung (Persistent Excitation)	150
8.4.2 Anregungsfunktionen	151
8.4.3 Pseudo Random Binary Signal (PRBS)	152
8.5 Weitere Implementierungshinweise	157
8.5.1 Outlier	157
8.5.2 Bewertung Schätzgüte	157
8.6 Übungen und Fragen zur Lernkontrolle	158
Literaturverzeichnis	159